

國立中正大學  
111 學年度碩士班招生考試  
試題

[第 1 節]

科目名稱	工程數學
系所組別	機械工程學系-乙組

—作答注意事項—

※作答前請先核對「試題」、「試卷」與「准考證」之系所組別、科目名稱是否相符。

1. 預備鈴響時即可入場，但至考試開始鈴響前，不得翻閱試題，並不得書寫、畫記、作答。
2. 考試開始鈴響時，即可開始作答；考試結束鈴響畢，應即停止作答。
3. 入場後於考試開始 40 分鐘內不得離場。
4. 全部答題均須在試卷（答案卷）作答區內完成。
5. 試卷作答限用藍色或黑色筆（含鉛筆）書寫。
6. 試題須隨試卷繳還。

國立中正大學 111 學年度碩士班招生考試試題

科目名稱：工程數學

本科目共 1 頁 第 1 頁

系所組別：機械工程學系-乙組

1. (25%) Consider an ordinary differential equation given by

$$\frac{d^3y}{dx^3} - y = 3e^{-x}$$

with initial conditions given by  $y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 0$ .

- (a) (10%) Please find the homogeneous solution for  $y(x)$ .  
(b) (15%) Please find the complete solution for  $y(x)$  using the method of undetermined coefficients.
2. (25%) Solve for  $y(t)$ , an unknown function of time, using **Laplace transform**.

(a) (10%)  $\frac{d^2y}{dt^2} - y = e^{-t}, t \geq 0$  and  $y(0) = 3, \frac{dy(0)}{dt} = 0$ .

(b) (15%)  $\frac{dy}{dt} + 2y = f(t), f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$  and  $y(0) = 0$ .

3. (50%) Consider a matrix  $M = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

- (a) (10%) Verify that the characteristic polynomial of  $M$  is  $f(s) = s^4 - 10s^3 + 32s^2 - 32s$ .  
(b) (5%) Determine eigenvalues of  $M$ . (Hint. One eigenvalue of  $M$  is 4.)  
(c) (5%) Is  $M$  invertible? Why?  
(d) (20%) Determine the eigenvector(s) corresponding to eigenvalue 4.  
(e) (10%) Can  $M$  be diagonalized? Why?